

## Любимые задачи

1. В треугольнике  $ABC$  с углом  $A$  равным  $120^\circ$ , проведены биссектрисы  $AM$ ,  $BL$  и  $CK$ . Докажите, что треугольник  $MKL$  — прямоугольный.
2. На сторонах  $BC$  и  $CD$  квадрата  $ABCD$  взяты соответственно точки  $M$  и  $N$  так, что  $\angle MAN = 45^\circ$ .  $AH$  — высота треугольника  $AMN$ . Докажите, что  $AH = AB$ .
3. На полосу наложили квадрат, сторона которого равна ширине полосы, причем так, что его граница пересекала границу полосы в 4 точках. Докажите, что две прямые, проходящие накрест через эти точки пересекаются под углом  $45^\circ$ .
4. На доске была нарисована окружность с отмеченным центром, вписанный в нее четырехугольник, и окружность, вписанная в него, также с отмеченным центром. Затем стерли четырехугольник (сохранив одну вершину) и вписанную окружность (сохранив ее центр). Восстановите какую-нибудь из стертых вершин четырехугольника, пользуясь только линейкой и проведя не более шести линий.
5. Дан выпуклый четырехугольник  $ABCD$ , стороны  $BC$  и  $AD$  которого равны, но не параллельны. Пусть  $E$  и  $F$  — внутренние точки отрезков  $BC$  и  $AD$  соответственно такие, что  $BE = DF$ . Прямые  $AC$  и  $BD$  пересекаются в точке  $P$ , прямые  $AC$  и  $EF$  пересекаются в точке  $Q$ , прямые  $BD$  и  $EF$  пересекаются в точке  $R$ . Рассмотрим треугольники  $PQR$ , получаемые для всех таких точек  $E$  и  $F$ . Докажите, что окружности, описанные около всех таких треугольников, имеют общую точку, отличную от  $P$ .
6. В тетраэдре  $DABC$ :  $\angle ACB = \angle ADB$ ,  $(CD) \perp (ABC)$ . В треугольнике  $ABC$  дана высота  $h$ , проведенная к стороне  $AB$ , и расстояние  $d$  от центра описанной окружности до этой стороны. Найдите длину  $CD$ .