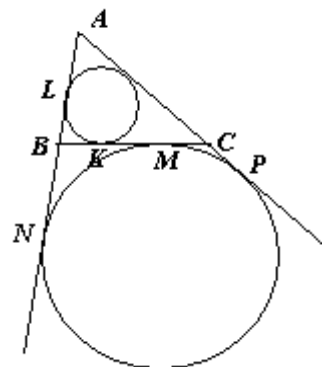


Вневписанная окружность.

Определение. Окружность, касающаяся стороны треугольника и продолжений двух других его сторон, называется *вневписанной* для этого треугольника.

Сколько вневписанных окружностей у любого треугольника? Где лежат их центры? Что является их радиусами?

Таким образом: 1) *точка пересечения биссектрис двух внешних углов треугольника лежит на биссектрисе внутреннего угла этого треугольника*; 2) *существуют ровно четыре точки, равноудаленные от прямых, содержащих стороны треугольника.*



Базовая задача. Окружность касается стороны BC треугольника ABC в точке M , а продолжений сторон AB и AC – в точках N и P соответственно. Вписанная в этот треугольник окружность касается стороны BC в точке K , а стороны AB – в точке L . Докажите, что:

- 1) $|BK| = p - b$, где p – полупериметр треугольника ABC , b – длина стороны AC ;
- 2) $|AN| = p$;
- 3) $|BK| = |CM|$, то есть *точки касания вписанной и вневписанной окружностей со стороной треугольника симметричны относительно середины этой стороны*;
- 4) $|NL| = |BC|$.

Задачи для самостоятельного решения

1. Прямые PA и PB касаются окружности с центром O (A и B – точки касания). Проведена третья касательная к окружности, пересекающая отрезки PA и PB в точках M и K . Докажите, что: а) периметр треугольника MPK ; б) угол $МОК$ не зависят от выбора третьей касательной.
2. А) Докажите, что радиус одной из вневписанных окружностей равен полупериметру треугольника t и т. т., когда этот треугольник – прямоугольный.
Б) Отрезок, отличный от диагонали, разбивает квадрат на два многоугольника, в каждый из которых вписана окружность. Найдите длину отрезка, если радиусы окружностей равны R и r ($R > r$).
3. Существует ли треугольник, у которого радиус одной из вневписанных окружностей равен радиусу описанной окружности?
4. Постройте треугольник ABC , зная положение трех точек A_1 , B_1 и C_1 , являющихся центрами вневписанных окружностей треугольника ABC .
5. Даны угол, точка, лежащая между его сторонами, и прямая, пересекающая стороны угла. Проведите прямую: а) через данную точку; б) параллельно данной прямой так, чтобы она отсекала от данного угла треугольник с заданным периметром.
6. В треугольнике ABC проведены биссектрисы AD и BE . Оказалось, что DE – биссектриса треугольника ADC . Найдите угол BAC .
7. В треугольнике ABC с углом A , равным 120° , проведены биссектрисы AM , BL и CK .
А) Докажите, что треугольник MKL – прямоугольный. Б) Найдите угол MKS .

8. Углы, прилежащие к одной из сторон треугольника, равны 15° и 30° . Какой угол образует с этой стороной проведенная к ней медиана?