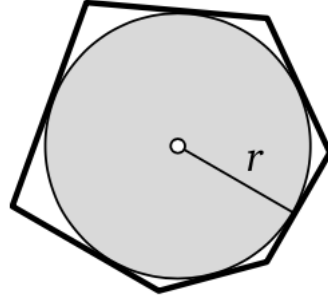


В этом занятии ключевое соотношение

$$S = p \cdot r$$

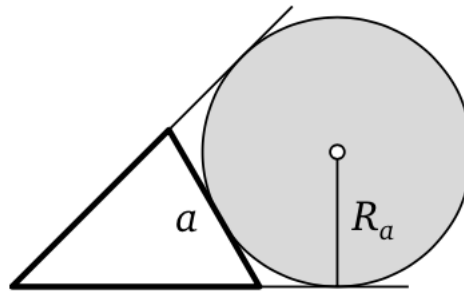


$$S = p \cdot r$$

1. Пусть M — середина стороны BC треугольника ABC , r_1 и r_2 — радиусы окружностей, вписанных в треугольники ABM и ACM .

Докажите, что $r_1 < 2r_2$.

2. Докажите, что площадь треугольника можно вычислять по формуле $S = R_a(p - a)$, где p — половина периметра треугольника, а R_a — радиус внеписанной окружности, касающейся стороны a .

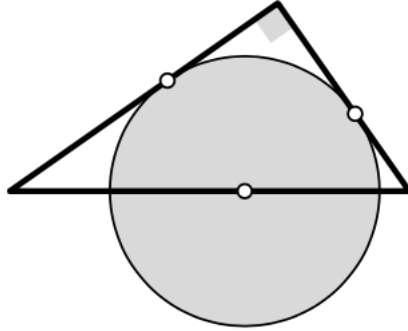


$$S = (p - a)R_a$$

3. Высота, опущенная на основание треугольника, равна радиусу внеписанной окружности, касающейся этой стороны. Докажите, что основание равно среднему арифметическому двух других сторон треугольника.

4. Пусть r — радиус вписанной окружности треугольника, а R_a, R_b, R_c — радиусы его внеписанных окружностей. Докажите, что $1/r = 1/R_a + 1/R_b + 1/R_c$.

5. Окружность касается катетов прямоугольного треугольника, а ее центр лежит на гипотенузе. Найдите радиус данной окружности, если катеты равны a и b .



6. Стороны прямоугольного треугольника равны 3, 4 и 5. Найдите расстояние от центра его вписанной окружности до медианы, проведенной к гипотенузе.

7. Точка D лежит на стороне AB треугольника ABC . Радиусы окружностей, вписанных в треугольники ABC , ADC и BDC , равны r , r_1 , r_2 соответственно. Докажите, что $r_1 + r_2 > r$.

8. Некоторая прямая делит площадь и периметр треугольника пополам. Докажите, что такая прямые пересекаются в одной точке.

9. Точка равностороннего треугольника соединена отрезками с его вершинами, а также из неё опущены перпендикуляры на его стороны. Названные отрезки разрезали равносторонний треугольник на шесть прямоугольных треугольничков — красные и синие через один. Докажите, что сумма радиусов окружностей, вписанных в красные треугольнички, равна сумме радиусов окружностей, вписанных в синие треугольнички.

