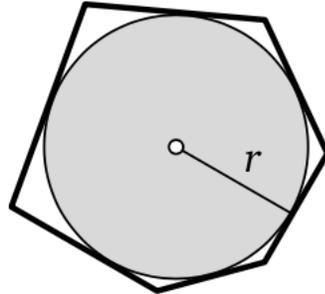


В этом занятии ключевое соотношение

$$S = p \cdot r$$

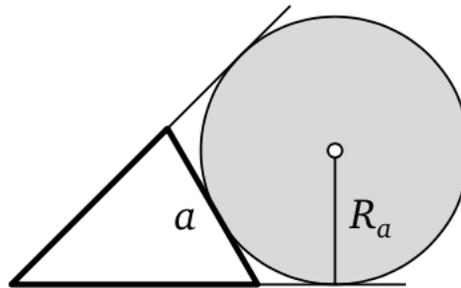


$$S = p \cdot r$$

1. Пусть  $M$  — середина стороны  $BC$  треугольника  $ABC$ ,  $r_1$  и  $r_2$  — радиусы окружностей, вписанных в треугольники  $ABM$  и  $ACM$ .

Докажите, что  $r_1 < 2r_2$ .

2. Докажите, что площадь треугольника можно вычислять по формуле  $S = R_a(p - a)$ , где  $p$  — половина периметра треугольника, а  $R_a$  — радиус внеписанной окружности, касающейся стороны  $a$ .

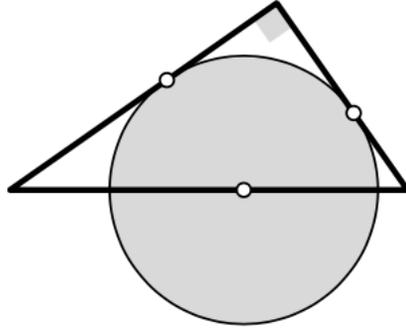


$$S = (p - a)R_a$$

3. Высота, опущенная на основание треугольника, равна радиусу внеписанной окружности, касающейся этой стороны. Докажите, что основание равно среднему арифметическому двух других сторон треугольника.

4. Пусть  $r$  — радиус вписанной окружности треугольника, а  $R_a, R_b, R_c$  — радиусы его внеписанных окружностей. Докажите, что  $1/r = 1/R_a + 1/R_b + 1/R_c$ .

5. Окружность касается катетов прямоугольного треугольника, а ее центр лежит на гипотенузе. Найдите радиус данной окружности, если катеты равны  $a$  и  $b$ .



**6.** Стороны прямоугольного треугольника равны 3, 4 и 5. Найдите расстояние от центра его вписанной окружности до медианы, проведенной к гипотенузе.

**7.** Точка  $D$  лежит на стороне  $AB$  треугольника  $ABC$ . Радиусы окружностей, вписанных в треугольники  $ABC$ ,  $ADC$  и  $BDC$ , равны  $r$ ,  $r_1$ ,  $r_2$  соответственно. Докажите, что  $r_1 + r_2 > r$ .

**8.** Некоторая прямая делит площадь и периметр треугольника пополам. Докажите, что такая прямые пересекаются в одной точке.

**9.** Точка равностороннего треугольника соединена отрезками с его вершинами, а также из неё опущены перпендикуляры на его стороны. Названные отрезки разрезали равносторонний треугольник на шесть прямоугольных треугольничков — красные и синие через один. Докажите, что сумма радиусов окружностей, вписанных в красные треугольнички, равна сумме радиусов окружностей, вписанных в синие треугольнички.

