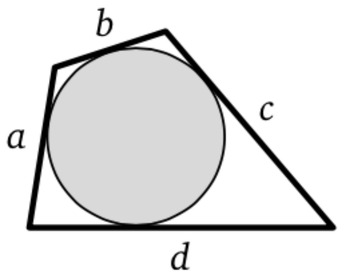
1. *Докажите, что у четырёхугольника, описанного около окружности, суммы противоположных сторон равны.*

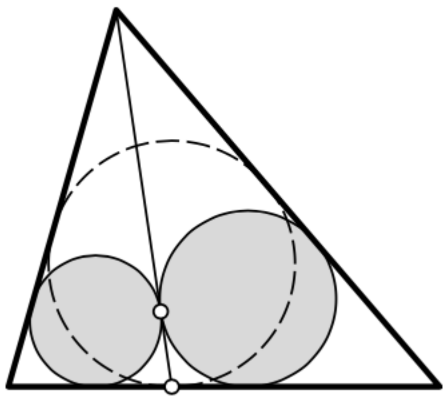


$$a + c = b + d$$

2. *а) Известно, что в трапецию можно вписать окружность. Докажите, что окружности, построенные на боковых сторонах трапеции как на диаметрах, касаются друг друга.*

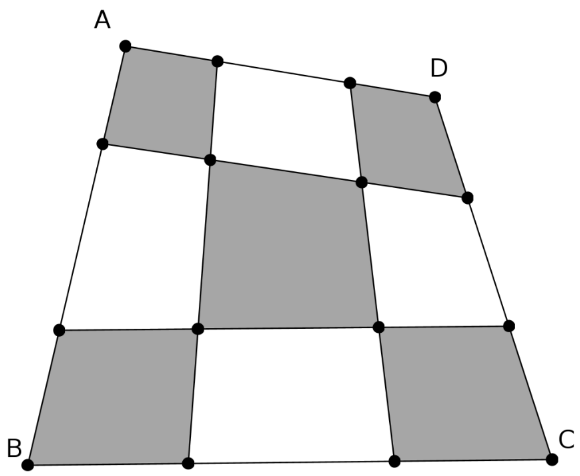
б) Трапеция с основаниями AD и BC описана вокруг окружности, E — точка пересечения диагоналей. Докажите, что угол AED не может быть острым.

3. *а) В треугольник вписана окружность. Одну из точек касания соединили с противоположной вершиной. Полученный отрезок разбивает данный треугольник на два треугольника. Докажите, что их вписанные окружности касаются.*



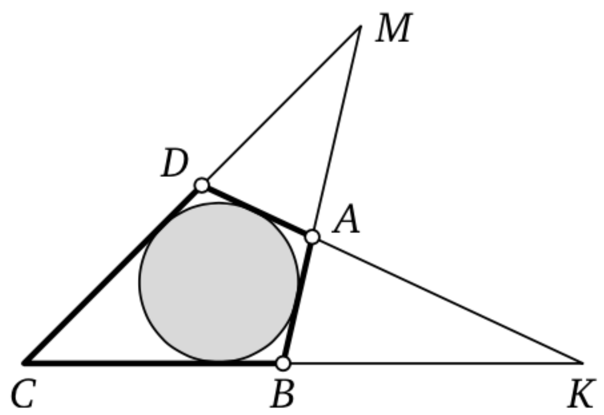
б) Диагональ описанного четырёхугольника разбивает его на два треугольника. Докажите, что окружности, вписанные в эти треугольники касаются диагонали в одной и той же точке.

4. *На каждой стороне четырёхугольника $ABCD$ взято по две точки, и они соединены так, как показано на рисунке. Докажите, что если все пять тёмных четырёхугольника являются описанными, т.е. в них можно вписать окружность, то четырёхугольник $ABCD$ тоже описанный.*



Уши Бэтмана

5. *Продолжения сторон AB и CD выпуклого четырехугольника $ABCD$ пересекаются в точке M, а продолжения сторон AD и BC — в точке K. Докажите, что если выполняется условие $BK + BM = DK + DM$, то в этот четырехугольник можно вписать окружность.*



6. *Две прямые, проведённые через одну и другую точки пересечения продолжений противоположных сторон выпуклого четырёхугольника, разрезают его на четыре меньших четырёхугольника. Докажите, что если в два из них, не имеющие общие стороны, можно вписать окружности, то и в исходный четырёхугольник можно вписать окружность.*

`https://old.kvantik.com/art/files/pdf/2022-04.18-19.pdf`