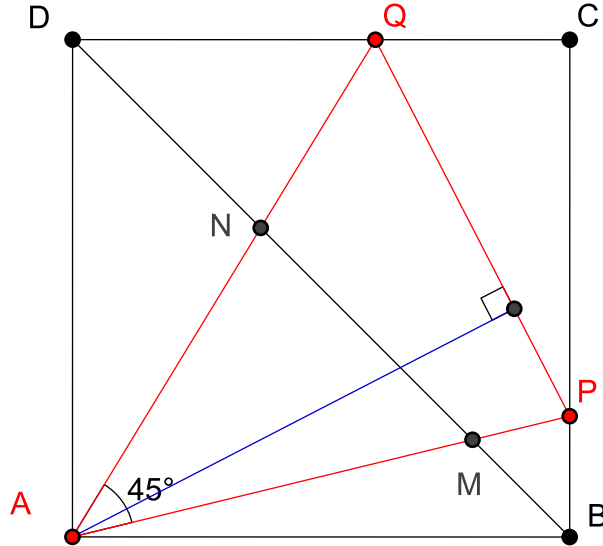


Задача Произволова В. В.



Дан единичный квадрат $ABCD$ ($AB = 1$). Точки P и Q выбраны на сторонах BC и CD . Докажите, что следующие утверждения равносильны:

- 1) $\angle PAQ = 45^\circ$;
- 2) $MN^2 = BM^2 + ND^2$;
- 3) $P_{CPQ} = 2$;
- 4) расстояние от точки A до прямой PQ равно 1;
- 5) $S_{AMN} = \frac{1}{2}S_{APQ}$
- 6) $PQ = \sqrt{2} \cdot MN$;
- 7) $PQ^2 = 2(BM^2 + ND^2)$;
- 8) прямая, проходящая через A и точку пересечения отрезков MQ и NP , перпендикулярна PQ ;
- 9) $AN = NP$.

Видимо, это не все свойства, которыми обладает данная конструкция, поэтому очень интересны любые **ваши** находки в данной задаче.