

### Дополнительные построения

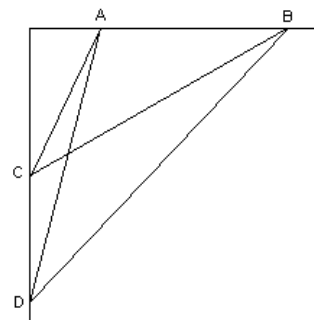
Вспомним типовые дополнительные построения, которые применялись при решении задач на построение:

- 1) Построение треугольника по двум сторонам и медиане, проведенной к третьей стороне.
- 2) Построение трапеции по четырем сторонам.
- 3) Построение трапеции по основаниям и диагоналям.
- 4) Построение равнобокой трапеции по диагонали и радиусу вписанной окружности.

Эти же методы «работают» и при решении задач на вычисление и доказательство. Иногда нужно придумать другие дополнительные построения, близкие этим.

### Задачи для самостоятельного решения.

1. Докажите, что если в треугольнике медиана является биссектрисой, то он равнобедренный.
2. В треугольнике  $ABC$ :  $|AB| = 4$  см;  $\angle ABC = 120^\circ$ . Найдите  $BC$ , если длина медианы  $BM$  равна 2 см.
3. В трапеции  $ABCD$  диагонали  $AC$  и  $BD$  перпендикулярны. На большем основании  $AD$  выбрана точка  $M$  так, что  $|BM| = |MD| = 3$  см. Найдите длину средней линии трапеции.



4. Отрезки  $AB$ ,  $BC$  и  $CD$  являются хордами одной окружности. Точки  $M$ ,  $P$  и  $K$  – их середины соответственно. Известно, что  $\angle CKP = \alpha$ ,  $\angle PCK = \beta$ . Найдите  $\angle KMB$ .
5. Отрезки  $AB$  и  $CD$  лежат на перпендикулярных прямых (см. рис.). Точки  $M$ ,  $P$ ,  $N$  и  $Q$  – середины отрезков  $AC$ ,  $BD$ ,  $BC$  и  $AD$  соответственно. Найдите  $|QN|$ , если  $|MP| = 4$  см.
6. В равнобедренном треугольнике  $ABC$  на боковых сторонах  $AB$  и  $BC$  взяты точки  $K$  и  $L$  так, что  $|AK| = |BL|$ . Докажите, что  $|KL| \geq \frac{1}{2}|AC|$ .
7. Точка  $M$  взята на стороне  $AC$  равностороннего треугольника  $ABC$ , а на продолжении стороны  $BC$  за вершину  $C$  отмечена точка  $N$  так, что  $|BM| = |MN|$ . Докажите, что  $|\hat{A}| = |\hat{N}|$ .