



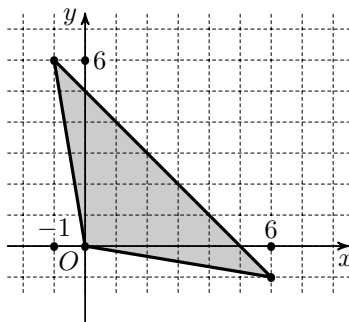
Условия задач
8 класс. Первый день

8.1. Окружность, вписанная в прямоугольный треугольник ABC , касается катетов AC и BC в точках B_1 и A_1 , а гипотенузы — в точке C_1 . Прямые C_1A_1 и C_1B_1 пересекают CA и CB соответственно в точках B_0 и A_0 . Докажите, что $AB_0 = BA_0$.

8.2. Пусть AH_a и BH_b — высоты, а AL_a и BL_b — биссектрисы треугольника ABC . Известно, что $H_aH_b \parallel L_aL_b$. Верно ли, что $AC = BC$?

8.3. В треугольнике ABC отмечены середины сторон AC и BC — точки M и N соответственно. Угол MAN равен 15° , а угол BAN равен 45° . Найдите угол ABM .

8.4. Таня вырезала из клетчатой бумаги треугольник, изображённый на рисунке. Через некоторое время линии сетки выцвели. Сможет ли Таня их восстановить, не пользуясь никакими инструментами, а только перегибая треугольник? (Длины сторон треугольника Таня помнит.)



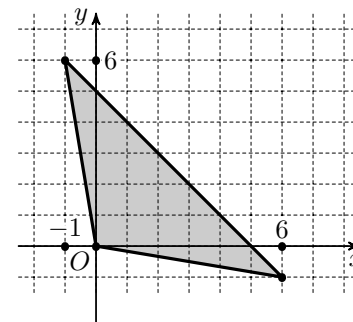
Условия задач
8 класс. Первый день

8.1. Окружность, вписанная в прямоугольный треугольник ABC , касается катетов AC и BC в точках B_1 и A_1 , а гипотенузы — в точке C_1 . Прямые C_1A_1 и C_1B_1 пересекают CA и CB соответственно в точках B_0 и A_0 . Докажите, что $AB_0 = BA_0$.

8.2. Пусть AH_a и BH_b — высоты, а AL_a и BL_b — биссектрисы треугольника ABC . Известно, что $H_aH_b \parallel L_aL_b$. Верно ли, что $AC = BC$?

8.3. В треугольнике ABC отмечены середины сторон AC и BC — точки M и N соответственно. Угол MAN равен 15° , а угол BAN равен 45° . Найдите угол ABM .

8.4. Таня вырезала из клетчатой бумаги треугольник, изображённый на рисунке. Через некоторое время линии сетки выцвели. Сможет ли Таня их восстановить, не пользуясь никакими инструментами, а только перегибая треугольник? (Длины сторон треугольника Таня помнит.)





Условия задач
8 класс. Второй день

8.5. Дан треугольник с углами 30, 70 и 80 градусов. Разрежьте его отрезком на два треугольника так, чтобы биссектриса одного из этих треугольников и медиана второго, проведённые из концов разрезающего отрезка, были параллельны друг другу. (*Достаточно найти одно решение.*)

8.6. Две окружности k_1 и k_2 с центрами O_1 и O_2 касаются внешним образом в точке O . Точки X и Y лежат на k_1 и k_2 соответственно так, что лучи O_1X и O_2Y одинаково направлены. Из точки X проведены касательные к k_2 , а из точки Y — к k_1 . Докажите, что эти четыре прямые касаются одной окружности, проходящей через точку O .

8.7. Две точки окружности соединили ломаной, длина которой меньше диаметра окружности. Докажите, что существует диаметр, не пересекающий эту ломаную.

8.8. Пусть M — середина хорды AB окружности с центром O . Точка K симметрична M относительно O , P — произвольная точка окружности. Перпендикуляр к AB в точке A и перпендикуляр к PK в точке P пересекаются в точке Q . Точка H — проекция P на AB . Докажите, что прямая QB делит отрезок PH пополам.



Условия задач
8 класс. Второй день

8.5. Дан треугольник с углами 30, 70 и 80 градусов. Разрежьте его отрезком на два треугольника так, чтобы биссектриса одного из этих треугольников и медиана второго, проведённые из концов разрезающего отрезка, были параллельны друг другу. (*Достаточно найти одно решение.*)

8.6. Две окружности k_1 и k_2 с центрами O_1 и O_2 касаются внешним образом в точке O . Точки X и Y лежат на k_1 и k_2 соответственно так, что лучи O_1X и O_2Y одинаково направлены. Из точки X проведены касательные к k_2 , а из точки Y — к k_1 . Докажите, что эти четыре прямые касаются одной окружности, проходящей через точку O .

8.7. Две точки окружности соединили ломаной, длина которой меньше диаметра окружности. Докажите, что существует диаметр, не пересекающий эту ломаную.

8.8. Пусть M — середина хорды AB окружности с центром O . Точка K симметрична M относительно O , P — произвольная точка окружности. Перпендикуляр к AB в точке A и перпендикуляр к PK в точке P пересекаются в точке Q . Точка H — проекция P на AB . Докажите, что прямая QB делит отрезок PH пополам.



Условия задач
9 класс. Первый день

9.1. Пусть $ABCD$ — вписанный четырёхугольник. Докажите, что $AC > BD$ тогда и только тогда, когда $(AD - BC)(AB - CD) > 0$.

9.2. В четырёхугольнике $ABCD$ углы A и C — прямые. На сторонах AB и CD как на диаметрах построены окружности, пересекающиеся в точках X и Y . Докажите, что прямая XY проходит через середину диагонали AC .

9.3. Дан острый угол A и точка E внутри него. Постройте на сторонах угла точки B, C так, чтобы E была центром окружности девяти точек треугольника ABC . (*Исследование проводить не требуется.*)

9.4. Ортоцентр H треугольника ABC лежит на вписанной в треугольник окружности. Докажите, что три окружности с центрами A, B, C , проходящие через H , имеют общую касательную.



Условия задач
9 класс. Первый день

9.1. Пусть $ABCD$ — вписанный четырёхугольник. Докажите, что $AC > BD$ тогда и только тогда, когда $(AD - BC)(AB - CD) > 0$.

9.2. В четырёхугольнике $ABCD$ углы A и C — прямые. На сторонах AB и CD как на диаметрах построены окружности, пересекающиеся в точках X и Y . Докажите, что прямая XY проходит через середину диагонали AC .

9.3. Дан острый угол A и точка E внутри него. Постройте на сторонах угла точки B, C так, чтобы E была центром окружности девяти точек треугольника ABC . (*Исследование проводить не требуется.*)

9.4. Ортоцентр H треугольника ABC лежит на вписанной в треугольник окружности. Докажите, что три окружности с центрами A, B, C , проходящие через H , имеют общую касательную.

Условия задач

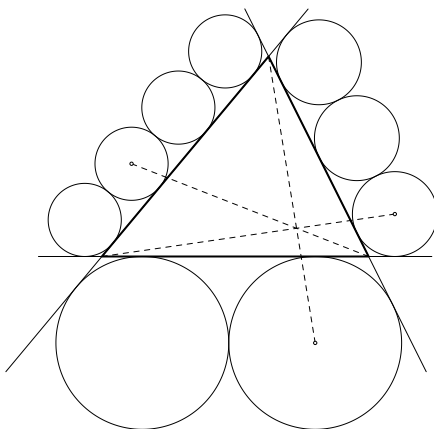
9 класс. Второй день



9.5. В треугольнике ABC $\angle B = 60^\circ$, O — центр описанной окружности, BL — биссектриса. Описанная окружность треугольника BOL пересекает описанную окружность треугольника ABC вторично в точке D . Докажите, что $BD \perp AC$.

9.6. Пусть I — центр вписанной окружности треугольника ABC , M и N — середины дуг ABC и BAC описанной окружности. Докажите, что точки M , I , N лежат на одной прямой тогда и только тогда, когда $AC + BC = 3AB$.

9.7. Вокруг произвольного треугольника расположены девять окружностей так, как показано на рисунке. Окружности, касающиеся одной и той же стороны треугольника, равны между собой. Докажите, что три прямые на рисунке пересекаются в одной точке. (Прямые проходят через вершины треугольника и центры соответствующих окружностей.)



9.8. Выпуклый фанерный многоугольник P лежит на деревянном столе. В стол можно вбивать гвозди, которые не должны проходить через P , но могут касаться его границы. Фиксирующим называется набор гвоздей, не позволяющий двигать P по столу. Найдите минимальное количество гвоздей, позволяющее зафиксировать любой выпуклый многоугольник.

Условия задач

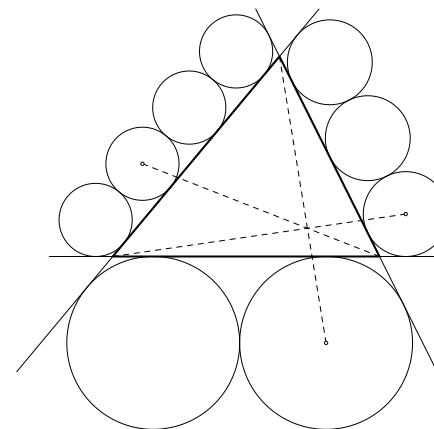
9 класс. Второй день



9.5. В треугольнике ABC $\angle B = 60^\circ$, O — центр описанной окружности, BL — биссектриса. Описанная окружность треугольника BOL пересекает описанную окружность треугольника ABC вторично в точке D . Докажите, что $BD \perp AC$.

9.6. Пусть I — центр вписанной окружности треугольника ABC , M и N — середины дуг ABC и BAC описанной окружности. Докажите, что точки M , I , N лежат на одной прямой тогда и только тогда, когда $AC + BC = 3AB$.

9.7. Вокруг произвольного треугольника расположены девять окружностей так, как показано на рисунке. Окружности, касающиеся одной и той же стороны треугольника, равны между собой. Докажите, что три прямые на рисунке пересекаются в одной точке. (Прямые проходят через вершины треугольника и центры соответствующих окружностей.)



9.8. Выпуклый фанерный многоугольник P лежит на деревянном столе. В стол можно вбивать гвозди, которые не должны проходить через P , но могут касаться его границы. Фиксирующим называется набор гвоздей, не позволяющий двигать P по столу. Найдите минимальное количество гвоздей, позволяющее зафиксировать любой выпуклый многоугольник.



Условия задач
10 класс. Первый день

10.1. Вершины равнобедренного треугольника и центр его описанной окружности лежат на четырёх различных сторонах квадрата. Найдите углы треугольника.

10.2. Даны окружность, её хорда AB и точка W — середина меньшей дуги AB . На большей дуге AB выбирается произвольная точка C . Касательная к окружности из точки C пересекает касательные из точек A и B в точках X и Y соответственно. Прямые WX и WY пересекают прямую AB в точках N и M соответственно. Докажите, что длина отрезка NM не зависит от выбора точки C .

10.3. Верно ли, что существуют выпуклые многогранники с любым количеством диагоналей? (*Диагональю называется отрезок, соединяющий две вершины многогранника и не лежащий на его поверхности.*)

10.4. Дан фиксированный треугольник ABC . Пусть D — произвольная точка в плоскости треугольника, не совпадающая с его вершинами. Окружность с центром в D , проходящая через A , пересекает вторично прямые AB и AC в точках A_b и A_c соответственно. Аналогично определяются точки B_a , B_c , C_a и C_b . Точку D назовём *хорошей*, если точки A_b , A_c , B_a , B_c , C_a и C_b лежат на одной окружности. Сколько может оказаться точек, хороших для данного треугольника ABC ?



Условия задач
10 класс. Первый день

10.1. Вершины равнобедренного треугольника и центр его описанной окружности лежат на четырёх различных сторонах квадрата. Найдите углы треугольника.

10.2. Даны окружность, её хорда AB и точка W — середина меньшей дуги AB . На большей дуге AB выбирается произвольная точка C . Касательная к окружности из точки C пересекает касательные из точек A и B в точках X и Y соответственно. Прямые WX и WY пересекают прямую AB в точках N и M соответственно. Докажите, что длина отрезка NM не зависит от выбора точки C .

10.3. Верно ли, что существуют выпуклые многогранники с любым количеством диагоналей? (*Диагональю называется отрезок, соединяющий две вершины многогранника и не лежащий на его поверхности.*)

10.4. Дан фиксированный треугольник ABC . Пусть D — произвольная точка в плоскости треугольника, не совпадающая с его вершинами. Окружность с центром в D , проходящая через A , пересекает вторично прямые AB и AC в точках A_b и A_c соответственно. Аналогично определяются точки B_a , B_c , C_a и C_b . Точку D назовём *хорошей*, если точки A_b , A_c , B_a , B_c , C_a и C_b лежат на одной окружности. Сколько может оказаться точек, хороших для данного треугольника ABC ?



Условия задач
10 класс. Второй день

10.5. В треугольнике провели высоту из одной вершины, биссектрису из другой и медиану из третьей, отметили точки их попарного пересечения, а затем всё, кроме этих отмеченных точек, стерли (три отмеченные точки различны, кроме того, известно, какая является чьим пересечением). Восстановите треугольник. (*Исследование проводить не требуется.*)

10.6. Вписанная окружность разностороннего треугольника ABC касается AB в точке C' . Окружность с диаметром BC' пересекает вписанную окружность вторично в точке A_1 , а биссектрису угла B вторично в точке A_2 . Окружность с диаметром AC' пересекает вписанную окружность вторично в точке B_1 , а биссектрису угла A вторично в точке B_2 . Докажите, что прямые AB , A_1B_1 , A_2B_2 пересекаются в одной точке.

10.7. Докажите, что для любого тетраэдра его самый маленький двугранный угол (из шести) не больше, чем двугранный угол правильного тетраэдра.

10.8. Дан вписанный четырехугольник $ABCD$. Внутри треугольника BCD взяли точку L_a , расстояния от которой до сторон треугольника пропорциональны этим сторонам. Аналогично внутри треугольников ACD , ABD , ABC взяли точки L_b , L_c , и L_d соответственно. Оказалось, что четырехугольник $L_aL_bL_cL_d$ вписанный. Докажите, что у $ABCD$ есть две параллельные стороны.



Условия задач
10 класс. Второй день

10.5. В треугольнике провели высоту из одной вершины, биссектрису из другой и медиану из третьей, отметили точки их попарного пересечения, а затем всё, кроме этих отмеченных точек, стерли (три отмеченные точки различны, кроме того, известно, какая является чьим пересечением). Восстановите треугольник. (*Исследование проводить не требуется.*)

10.6. Вписанная окружность разностороннего треугольника ABC касается AB в точке C' . Окружность с диаметром BC' пересекает вписанную окружность вторично в точке A_1 , а биссектрису угла B вторично в точке A_2 . Окружность с диаметром AC' пересекает вписанную окружность вторично в точке B_1 , а биссектрису угла A вторично в точке B_2 . Докажите, что прямые AB , A_1B_1 , A_2B_2 пересекаются в одной точке.

10.7. Докажите, что для любого тетраэдра его самый маленький двугранный угол (из шести) не больше, чем двугранный угол правильного тетраэдра.

10.8. Дан вписанный четырехугольник $ABCD$. Внутри треугольника BCD взяли точку L_a , расстояния от которой до сторон треугольника пропорциональны этим сторонам. Аналогично внутри треугольников ACD , ABD , ABC взяли точки L_b , L_c , и L_d соответственно. Оказалось, что четырехугольник $L_aL_bL_cL_d$ вписанный. Докажите, что у $ABCD$ есть две параллельные стороны.

Problems

First day. 8 grade

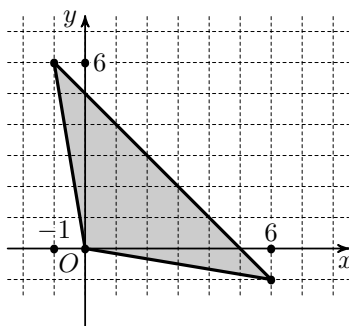


8.1. The incircle of a right-angled triangle ABC touches its catheti AC and BC at points B_1 and A_1 , the hypotenuse touches the incircle at point C_1 . Lines C_1A_1 and C_1B_1 meet CA and CB respectively at points B_0 and A_0 . Prove that $AB_0 = BA_0$.

8.2. Let AH_a and BH_b be altitudes, AL_a and BL_b be angle bisectors of a triangle ABC . It is known that $H_aH_b \parallel L_aL_b$. Is it necessarily true that $AC = BC$?

8.3. Points M and N are the midpoints of sides AC and BC of a triangle ABC . It is known that $\angle MAN = 15^\circ$ and $\angle BAN = 45^\circ$. Find the value of angle ABM .

8.4. Tanya has cut out a triangle from checkered paper as shown in the picture. The lines of the grid have faded. Can Tanya restore them without any instruments only folding the triangle (she remembers the triangle sidelengths)?



Problems

First day. 8 grade

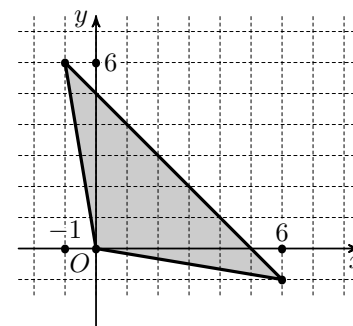


8.1. The incircle of a right-angled triangle ABC touches its catheti AC and BC at points B_1 and A_1 , the hypotenuse touches the incircle at point C_1 . Lines C_1A_1 and C_1B_1 meet CA and CB respectively at points B_0 and A_0 . Prove that $AB_0 = BA_0$.

8.2. Let AH_a and BH_b be altitudes, AL_a and BL_b be angle bisectors of a triangle ABC . It is known that $H_aH_b \parallel L_aL_b$. Is it necessarily true that $AC = BC$?

8.3. Points M and N are the midpoints of sides AC and BC of a triangle ABC . It is known that $\angle MAN = 15^\circ$ and $\angle BAN = 45^\circ$. Find the value of angle ABM .

8.4. Tanya has cut out a triangle from checkered paper as shown in the picture. The lines of the grid have faded. Can Tanya restore them without any instruments only folding the triangle (she remembers the triangle sidelengths)?



Problems

Second day. 8 grade



8.5. A triangle with angles of 30, 70 and 80 degrees is given. Cut it by a straight line into two triangles in such a way that an angle bisector in one of these triangles and a median in the other one drawn from two endpoints of the cutting segment are parallel to each other. (It suffices to find one such cutting.)

8.6. Two circles k_1 and k_2 with centers O_1 and O_2 are tangent to each other externally at point O . Points X and Y on k_1 and k_2 respectively are such that rays O_1X and O_2Y are parallel and codirectional. Prove that two tangents from X to k_2 and two tangents from Y to k_1 touch the same circle passing through O .

8.7. Two points on a circle are joined by a broken line shorter than the diameter of the circle. Prove that there exists a diameter which does not intersect this broken line.

8.8. Let M be the midpoint of the chord AB of a circle centered at O . Point K is symmetric to M with respect to O , and point P is chosen arbitrarily on the circle. Let Q be the intersection of the line perpendicular to AB through A and the line perpendicular to PK through P . Let H be the projection of P onto AB . Prove that QB bisects PH .

Problems

Second day. 8 grade



8.5. A triangle with angles of 30, 70 and 80 degrees is given. Cut it by a straight line into two triangles in such a way that an angle bisector in one of these triangles and a median in the other one drawn from two endpoints of the cutting segment are parallel to each other. (It suffices to find one such cutting.)

8.6. Two circles k_1 and k_2 with centers O_1 and O_2 are tangent to each other externally at point O . Points X and Y on k_1 and k_2 respectively are such that rays O_1X and O_2Y are parallel and codirectional. Prove that two tangents from X to k_2 and two tangents from Y to k_1 touch the same circle passing through O .

8.7. Two points on a circle are joined by a broken line shorter than the diameter of the circle. Prove that there exists a diameter which does not intersect this broken line.

8.8. Let M be the midpoint of the chord AB of a circle centered at O . Point K is symmetric to M with respect to O , and point P is chosen arbitrarily on the circle. Let Q be the intersection of the line perpendicular to AB through A and the line perpendicular to PK through P . Let H be the projection of P onto AB . Prove that QB bisects PH .

Problems

First day. 9 grade



9.1. Let $ABCD$ be a cyclic quadrilateral. Prove that $AC > BD$ if and only if

$$(AD - BC)(AB - CD) > 0.$$

9.2. In a quadrilateral $ABCD$ angles A and C are right. Two circles with diameters AB and CD meet at points X and Y . Prove that line XY passes through the midpoint of AC .

9.3. An acute angle A and a point E inside it are given. Construct points B, C on the sides of the angle such that E is the center of the Euler circle of triangle ABC .

9.4. Let H be the orthocenter of a triangle ABC . Given that H lies on the incircle of ABC , prove that three circles with centers A, B, C and radii AH, BH, CH have a common tangent.

Problems

First day. 9 grade



9.1. Let $ABCD$ be a cyclic quadrilateral. Prove that $AC > BD$ if and only if

$$(AD - BC)(AB - CD) > 0.$$

9.2. In a quadrilateral $ABCD$ angles A and C are right. Two circles with diameters AB and CD meet at points X and Y . Prove that line XY passes through the midpoint of AC .

9.3. An acute angle A and a point E inside it are given. Construct points B, C on the sides of the angle such that E is the center of the Euler circle of triangle ABC .

9.4. Let H be the orthocenter of a triangle ABC . Given that H lies on the incircle of ABC , prove that three circles with centers A, B, C and radii AH, BH, CH have a common tangent.

X Geometrical Olympiad

in honour of I.F.Sharygin

Final round. Ratmino, 2014, August 1

Problems

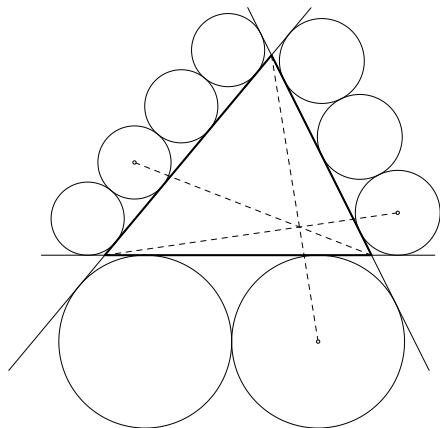
Second day. 9 grade



9.5. In triangle ABC $\angle B = 60^\circ$, O is the circumcenter, and L is the foot of an angle bisector of angle B . The circumcircle of triangle BOL meets the circumcircle of ABC at point $D \neq B$. Prove that $BD \perp AC$.

9.6. Let I be the incenter of triangle ABC , and M, N be the midpoints of arcs ABC and BAC of its circumcircle. Prove that points M, I, N are collinear if and only if $AC + BC = 3AB$.

9.7. Nine circles are drawn around an arbitrary triangle as in the figure. All circles tangent to the same side of the triangle have equal radii. Three lines are drawn, each one connecting one of the triangle's vertices to the center of one of the circles touching the opposite side, as in the figure. Show that the three lines are concurrent.



9.8. A convex polygon P lies on a flat wooden table. You are allowed to drive some nails into the table. The nails must not go through P , but they may touch its boundary. We say that a set of nails blocks P if the nails make it impossible to move P without lifting it off the table. What is the minimum number of nails that suffices to block any convex polygon P ?

X Geometrical Olympiad

in honour of I.F.Sharygin

Final round. Ratmino, 2014, August 1

Problems

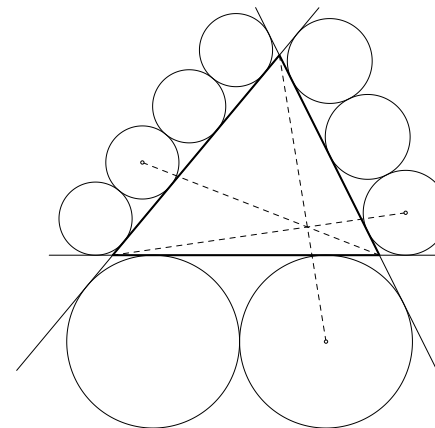
Second day. 9 grade



9.5. In triangle ABC $\angle B = 60^\circ$, O is the circumcenter, and L is the foot of an angle bisector of angle B . The circumcircle of triangle BOL meets the circumcircle of ABC at point $D \neq B$. Prove that $BD \perp AC$.

9.6. Let I be the incenter of triangle ABC , and M, N be the midpoints of arcs ABC and BAC of its circumcircle. Prove that points M, I, N are collinear if and only if $AC + BC = 3AB$.

9.7. Nine circles are drawn around an arbitrary triangle as in the figure. All circles tangent to the same side of the triangle have equal radii. Three lines are drawn, each one connecting one of the triangle's vertices to the center of one of the circles touching the opposite side, as in the figure. Show that the three lines are concurrent.



9.8. A convex polygon P lies on a flat wooden table. You are allowed to drive some nails into the table. The nails must not go through P , but they may touch its boundary. We say that a set of nails blocks P if the nails make it impossible to move P without lifting it off the table. What is the minimum number of nails that suffices to block any convex polygon P ?

Problems

First day. 10 grade



10.1. The vertices and the circumcenter of an isosceles triangle lie on four different sides of a square. Find the angles of this triangle.

10.2. A circle, its chord AB and the midpoint W of the minor arc AB are given. Take an arbitrary point C on the major arc AB . The tangent to the circle at C meets the tangents at A and B at points X and Y respectively. Lines WX and WY meet AB at points N and M respectively. Prove that the length of segment NM does not depend on point C .

10.3. Do there exist convex polyhedra with an arbitrary number of diagonals (a *diagonal* is a segment joining two vertices of a polyhedron and not lying on the surface of this polyhedron)?

10.4. Let ABC be a fixed triangle in the plane. Let D be an arbitrary point in the plane. The circle with center D , passing through A , meets AB and AC again at points A_b and A_c respectively. Points B_a , B_c , C_a and C_b are defined similarly. A point D is called *good* if the points A_b , A_c , B_a , B_c , C_a , and C_b are concyclic. For a given triangle ABC , how many good points can there be?

Problems

First day. 10 grade



10.1. The vertices and the circumcenter of an isosceles triangle lie on four different sides of a square. Find the angles of this triangle.

10.2. A circle, its chord AB and the midpoint W of the minor arc AB are given. Take an arbitrary point C on the major arc AB . The tangent to the circle at C meets the tangents at A and B at points X and Y respectively. Lines WX and WY meet AB at points N and M respectively. Prove that the length of segment NM does not depend on point C .

10.3. Do there exist convex polyhedra with an arbitrary number of diagonals (a *diagonal* is a segment joining two vertices of a polyhedron and not lying on the surface of this polyhedron)?

10.4. Let ABC be a fixed triangle in the plane. Let D be an arbitrary point in the plane. The circle with center D , passing through A , meets AB and AC again at points A_b and A_c respectively. Points B_a , B_c , C_a and C_b are defined similarly. A point D is called *good* if the points A_b , A_c , B_a , B_c , C_a , and C_b are concyclic. For a given triangle ABC , how many good points can there be?

X Geometrical Olympiad

in honour of I.F.Sharygin

Final round. Ratmino, 2014, August 1

Problems

Second day. 10 grade



10.5. The altitude from one vertex of a triangle, the bisector from the another one and the median from the remaining vertex were drawn, the common points of these three lines were marked, and after this everything was erased except three marked points. Restore the triangle. (For every two erased segments, it is known which of the three points was their intersection point.)

10.6. The incircle of a non-isosceles triangle ABC touches AB at point C' . The circle with diameter BC' meets the incircle and the bisector of angle B again at points A_1 and A_2 respectively. The circle with diameter AC' meets the incircle and the bisector of angle A again at points B_1 and B_2 respectively. Prove that lines AB , A_1B_1 , A_2B_2 concur.

10.7. Prove that the smallest dihedral angle between faces of an arbitrary tetrahedron is not greater than the dihedral angle between faces of a regular tetrahedron.

10.8. Given is a cyclic quadrilateral $ABCD$. The point L_a lies in the interior of $\triangle BCD$ and is such that its distances to the sides of this triangle are proportional to the lengths of corresponding sides. The points L_b , L_c , and L_d are defined analogously. Given that the quadrilateral $L_aL_bL_cL_d$ is cyclic, prove that the quadrilateral $ABCD$ has two parallel sides.

X Geometrical Olympiad

in honour of I.F.Sharygin

Final round. Ratmino, 2014, August 1

Problems

Second day. 10 grade



10.5. The altitude from one vertex of a triangle, the bisector from the another one and the median from the remaining vertex were drawn, the common points of these three lines were marked, and after this everything was erased except three marked points. Restore the triangle. (For every two erased segments, it is known which of the three points was their intersection point.)

10.6. The incircle of a non-isosceles triangle ABC touches AB at point C' . The circle with diameter BC' meets the incircle and the bisector of angle B again at points A_1 and A_2 respectively. The circle with diameter AC' meets the incircle and the bisector of angle A again at points B_1 and B_2 respectively. Prove that lines AB , A_1B_1 , A_2B_2 concur.

10.7. Prove that the smallest dihedral angle between faces of an arbitrary tetrahedron is not greater than the dihedral angle between faces of a regular tetrahedron.

10.8. Given is a cyclic quadrilateral $ABCD$. The point L_a lies in the interior of $\triangle BCD$ and is such that its distances to the sides of this triangle are proportional to the lengths of corresponding sides. The points L_b , L_c , and L_d are defined analogously. Given that the quadrilateral $L_aL_bL_cL_d$ is cyclic, prove that the quadrilateral $ABCD$ has two parallel sides.